

Vlieger

16 maximumscore 5

- $M(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}a)$ is het midden van lijnstuk AB 1
- $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 1 \\ -a \end{pmatrix}$ is een normaalvector van de middelloodlijn, dus een vergelijking van de middelloodlijn is $x - ay = c$, voor zekere waarde van c 1
- Invullen van $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}a)$ geeft $c = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}a^2$, dus een vergelijking is $x - ay = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}a^2$ 1
- Invullen van $D(-1, 0)$ geeft de vergelijking $-1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}a^2$ 1
- Dit geeft (omdat $a > 0$) de oplossing $a = \sqrt{3}$ 1

of

- $M(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}a)$ is het midden van lijnstuk AB 1
- $rc_{AB} = -a$ dus de richtingscoëfficiënt van de middelloodlijn van AB is $\frac{1}{a}$ 1
- Een vergelijking van de middelloodlijn is: $y = \frac{1}{a}x + \frac{1}{2}a - \frac{1}{2a}$ 1
- De lijn moet door $D(-1, 0)$ gaan, dus er moet gelden $0 = -\frac{1}{a} + \frac{1}{2}a - \frac{1}{2a}$ 1
- De oplossing is (omdat $a > 0$) $a = \sqrt{3}$ 1

of

- $M(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}a)$ is het midden van lijnstuk AB 1
- $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 1 \\ -a \end{pmatrix}$ is een normaalvector van de middelloodlijn, dus $\begin{pmatrix} a \\ 1 \end{pmatrix}$ is een richtingsvector 1
- $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}a \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} a \\ 1 \end{pmatrix}$ is een vectorvoorstelling van de middelloodlijn 1
- Invullen van $D(-1, 0)$ geeft het stelsel $\begin{cases} -1 = \frac{1}{2} + at \\ 0 = \frac{1}{2}a + t \end{cases}$ 1
- Een berekening waaruit volgt (omdat $a > 0$) dat $a = \sqrt{3}$ 1

of

Vraag	Antwoord	Scores
	<ul style="list-style-type: none"> • $M(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}a)$ is het midden van lijnstuk AB 	1
	<ul style="list-style-type: none"> • $MB^2 = (\frac{1}{2}-1)^2 + (\frac{1}{2}a)^2 = \frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{4}$ en $DM^2 = (\frac{1}{2}-(-1))^2 + (\frac{1}{2}a)^2 = \frac{1}{4}a^2 + \frac{9}{4}$ 	2
	<ul style="list-style-type: none"> • Pythagoras in rechthoekige driehoek BDM geeft $DM^2 + MB^2 = DB^2$, ofwel $\frac{1}{4}a^2 + \frac{9}{4} + \frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{4} = 4$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> • Hieruit volgt (omdat $a > 0$) $a = \sqrt{3}$ 	1
	of	
	<ul style="list-style-type: none"> • Als de middelloodlijn van AB door D gaat, dan is driehoek DMB gelijkvormig met driehoek DMA, waarbij M het midden is van lijnstuk AB 	2
	<ul style="list-style-type: none"> • Dus $DA = DB = 2$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> • Pythagoras in driehoek OAD geeft $a^2 + 1^2 = 2^2$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> • Dus (omdat $a > 0$) $a = \sqrt{3}$ 	1
	of	
	<ul style="list-style-type: none"> • $M(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}a)$ is het midden van lijnstuk AB 	1
	<ul style="list-style-type: none"> • $\begin{pmatrix} 1 \\ -a \end{pmatrix}$ is een richtingsvector van AB 	1
	<ul style="list-style-type: none"> • $\begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{2}a \end{pmatrix}$ is een richtingsvector van DM 	1
	<ul style="list-style-type: none"> • $\begin{pmatrix} 1 \\ -a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{2}a \end{pmatrix} = 1 - \frac{1}{2}a^2 = 0$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> • Een berekening waaruit volgt (omdat $a > 0$) dat $a = \sqrt{3}$ 	1
	of	
	<ul style="list-style-type: none"> • $M(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}a)$ is het midden van lijnstuk AB 	1
	<ul style="list-style-type: none"> • Hoek BMD is 90° dus M ligt op de cirkel met middellijn DB 	1
	<ul style="list-style-type: none"> • Een vergelijking van de cirkel met middellijn DB is $x^2 + y^2 = 1$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> • $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}a)$ invullen geeft $(\frac{1}{2})^2 + (\frac{1}{2}a)^2 = 1$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> • Een berekening waaruit volgt (omdat $a > 0$) dat $a = \sqrt{3}$ 	1
	of	

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

- Voor de punten $P(x, y)$ op de middelloodlijn van AB geldt $d(P, A) = d(P, B)$ 1
- $x^2 + (y - a)^2 = (x - 1)^2 + y^2$ 1
- De middelloodlijn gaat door D , dus $(-1, 0)$ is een oplossing van deze vergelijking 1
- Substitutie geeft $1 + a^2 = 4$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1
- Een berekening waaruit volgt (omdat $a > 0$) dat $a = \sqrt{3}$ 1

Opmerking

Voor het tweede antwoordelement van het vierde antwoordalternatief en het eerste antwoordelement van het vijfde antwoordalternatief mogen 0, 1 of 2 scorepunten worden toegekend.

17 maximumscore 4

- Het totaal van de puntmassa's heeft gewicht $4 + a$ 1
- Voor het zwaartepunt Z van de vier puntmassa's geldt
$$\vec{OZ} = \frac{a}{4+a} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} + \frac{1}{4+a} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{4+a} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{2}{4+a} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ a \end{pmatrix}$$
 1
- De coördinaten van het zwaartepunt Z zijn dus $\left(0, \frac{a}{4+a}\right)$ (of: de tweede coördinaat van Z is $\frac{a}{4+a}$) 1
- $\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{a}{4+a} = \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{1}{\frac{4}{a} + 1} = 1$ (dus de y -coördinaat van P is 1) 1

of

- Het totaal van de puntmassa's heeft gewicht $4 + a$ 1
- (Vanwege symmetrie ligt Z op de y -as, en) voor het zwaartepunt Z van de puntmassa's geldt $y_Z = \frac{1}{4+a}(-1 \cdot a + a \cdot 2)$ 1
- Dus $y_Z = \frac{a}{4+a}$ 1
- $\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{a}{4+a} = \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{1}{\frac{4}{a} + 1} = 1$ (dus de y -coördinaat van P is 1) 1